LES ÉLÉMENS
DE
GÉOMÉTRIE
D'EUCLIDE,

traduits littéralement, et suivis d'un Traité du Cercle, du Cylindre, du Cône et de la Sphère; de la mesure des Surfaces et des Solides; avec des Notes;

Par F. PEYRARD, Bibliothécaire
de l'École Polytechnique.

OUVRAGE APPROUVÉ PAR L'INSTITUT NATIONAL.

Et nova sunt semper. — OVID....

A PARIS,

CHEZ F. LOUIS, LIBRAIRE, RUE DE SAVOIE, N° 12.

AN XII — 1804.

RAPPORT

fait à la Classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Institut national,

par les citoyens LAGRANGE et DELAMBRE.

Séance du lundi 28 ventôse an XII.

PEU d'ouvrages ont été aussi souvent traduits, commentés et reproduits, que les Elémens d'Euclide; mais il n'est pas d'auteur avec qui ses traducteurs aient pris d'aussi étranges libertés. Sous prétexte de donner aux démonstrations plus de clarté et de simplicité, il n'est presque pas de proposition dont ils n'aient changé ou modifié les preuves. Pour ne parler que des traducteurs français, il suffit de jeter les yeux sur l'Euclide de Dechalles, réimprimé plusieurs fois successivement par Ozanam et Audierne, pour voir que ces éditeurs n'ont presque rien respecté dans l'auteur original, si ce n'est l'ordre et l'énoncé des théorêmes. Mais malgré tous leurs soins et leurs prétentions, ils n'ont pas fait oublier le véritable Euclide; on trouve même encore quelques savans qui, soit avec raison, soit par un goût un peu trop exclusif pour les méthodes des anciens, prétendent que malgré les talens et les succès des auteurs modernes, les Elémens d'Euclide sont, à quelques endroits près, le meilleur ouvrage que nous ayons en ce genre. Sans prendre aucun parti sur cette question, on peut conclure au moins de leur opinion, que le citoyen Peyrard a fait une chose utile en traduisant fidèlement un ouvrage dont nous n'avons pas eu de traduction exacte depuis plus de deux cents ans, et, dont les bonnes éditions, soit grecques soit latines, sont assez rares, et à la portée de peu de savans, sans compter les difficultés des deux langues, qui diminuent encore assez considérablement le nombre des lecteurs.

Nous avons lu avec soin la nouvelle traduction, en la comparant à l'original grec, du moins quant à l'énoncé de chaque proposition, et pour les parties essentielles des démonstrations; car c'eût été un travail aussi long qu'inutile que de suivre le traducteur dans des détails qui ne peuvent se traduire de deux manières. Par-tout le citoyen Peyrard nous a paru rendre avec exactitude le sens et même les expressions de son auteur.

L'ouvrage d'Euclide, quelqu'estimable qu'il soit, est pourtant incomplet à plusieurs égards. Il y manque sur-tout nombre de propositions importantes relatives à la surface du Cercle, de la Sphère, du Cylindre et du Cône, et à la solidité de ces trois derniers corps. Le traducteur en a fait la matière d'un Supplément, qu'il commence par deux propositions empruntées d'Archimède, en avertissant dans une note que la seconde lui paroît impossible à démontrer bien rigoureusement. Il ajoute que c'est sans doute pour cette raison qu'Euclide n'a rien dit de la surface du Cercle ni de celle de la Sphère. Il s'agit de prouver que le contour du Polygone circonscrit est plus grand que celui du Cercle. Pour y parvenir, Archimède avoit posé en principe que *de deux lignes concaves du même côté et qui ont mêmes extrémités, celle qui environne l'autre est la plus grande des deux.* Il est vrai que ce principe méritoit bien une démonstration, mais il n'est pas prouvé que ce soit précisément cette difficulté qui ait arrêté Euclide. Quand il composa ses Elémens, Archimède n'étoit peut-être pas né, il est bien probable au moins qu'il n'avoit encore publié ni son Traité de la Sphère et du Cylindre, ni celui de la mesure du Cercle. Les Théorêmes que contient cet ouvrage étoient encore inconnus pour la plupart, et la réputation qu'ils ont acquise à leur auteur, le prix qu'il y attachoit lui-même, nous prouvent combien on les avoit jugés difficiles. Il est donc tout simple d'imaginer qu'Euclide les ignoroit entièrement; car s'il les eût connus, ils sont d'une telle importance, qu'il auroit dû, ce me semble, les indiquer, sauf à convenir de ce que la démonstration pouvoit renfermer d'hypothétique.

Tous les Théorêmes sont démontrés dans le Supplément du citoyen Peyrard, à la manière d'Euclide, et en se servant autant qu'il a été possible des propositions qui se trouvent dans les Elémens. Ces démonstrations sont presque toutes indirectes, c'est-à-dire qu'elles prouvent, non pas qu'une chose soit de telle ou de telle manière, mais qu'il y auroit de l'absurdité à la supposer autrement.... Quelques-unes des démonstrations du citoyen Peyrard ressemblent beaucoup à celles qu'on trouve dans l'ouvrage du citoyen Legendre; mais quand on compose un livre d'Elémens, on ne s'impose pas l'obligation d'être toujours neuf, toujours inventeur; tout le monde sait bien que c'est la chose impossible. On trouvera du moins plusieurs propositions importantes qui sont démontrées d'une manière nouvelle; ainsi pour arriver au théorême sur la solidité de la Sphère, le citoyen Peyrard emploie la proposition XVII du livre XII^e, et ce théorême paroît en effet un corollaire assez simple de cette proposition. La démonstration qu'elle fournit est plus facile que celle d'Archimède. Mais cette proposition n'étoit qu'imparfaitement démontrée dans Euclide. Robert Simson y avoit relevé plusieurs omissions et inexactitudes. Le citoyen Peyrard en a complété la démonstration d'une manière qui ne laisse rien à desirer.

Le Supplément est terminé par quelques théorêmes connus, d'un usage très-fréquent dans la mesure des Lignes, des Surfaces et des Solides, et qui ne se trouvoient pas assez expressément énoncés dans les Elémens d'Euclide....

L'ouvrage est terminé par des notes où l'on rapporte et l'on discute quelques objections et quelques corrections proposées par Robert Simson.

L'auteur, dans sa Préface, annonce un travail semblable, qu'il a commencé, sur Archimède. Nous pensons que la Classe, en approuvant celui qu'il vient de faire sur Euclide, doit engager le citoyen Peyrard à terminer la traduction, non moins importante, et bien plus difficile, d'Archimède.

Signé LAGRANGE *et* DELAMBRE.

La Classe approuve le Rapport et en adopte les conclusions.

Signé DELAMBRE, *Secrétaire perpétuel.*

PRÉFACE.

Lorsque je fus nommé Bibliothécaire de l'Ecole Polytechnique, je formai le projet de donner au public une traduction littérale des Œuvres d'Euclide et d'Archimède, les deux plus grands Géomètres de l'antiquité. Je pensois qu'il étoit en quelque sorte de mon devoir de consacrer mes momens de loisir à des travaux qui fussent analogues à ceux de l'Ecole Polytechnique. Je publierai, dans le courant de l'an XIII, une traduction littérale des Œuvres complètes d'Archimède; cette traduction sera accompagnée d'un Commentaire pour faciliter l'intelligence des endroits difficiles (1). Je fais paroître au-

---

(1) La souscription pour la traduction littérale des Œuvres complètes d'Archimède, avec un commentaire et des planches, par *F. Peyrard*, Bibliothécaire de l'Ecole Polytechnique, est ouverte d'ici au 1er vendémiaire an XIII. Cet ouvrage sera imprimé par *Crapelet*, sur caractère dit saint-augustin, format *in-4°*. papier fin d'Angoulême. Prix 36 fr., et en papier vélin 72 fr. Tous les exemplaires seront numérotés

jourd'hui la traduction des Livres de la Géométrie d'Euclide, auxquels j'ai ajouté un Traité du Cercle, du Cylindre, du Cône et de la Sphère; la mesure des Surfaces et des Solides. J'ai traduit Euclide littéralement, et même mot à mot, quand le génie de la langue française a pu me le permettre. Dans mon Supplément, j'ai adopté les principes d'Archimède, et je me suis conformé, autant qu'il a été en mon pouvoir, à la méthode et à la marche d'Euclide. Dans les notes qui accompagnent ce Supplément, je me suis appliqué à éclaircir quelques endroits obscurs; je rapporte et je discute quelques objections proposées par Robert Simson. Je fais voir dans ces notes que Robert Simson est

---

et livrés suivant l'ordre des souscriptions. La liste des souscripteurs sera imprimée en tête du volume. Il ne sera pas tiré un seul exemplaire au-delà du nombre des souscriptions; ainsi il sera absolument impossible de s'en procurer autrement qu'en souscrivant. Cet ouvrage paroîtra dans le courant de l'an XIII. On souscrit à Paris, chez l'Editeur, à l'Ecole Polytechnique, et chez F. Louis, Libraire, rue de Savoie, n° 12.

tombé dans une erreur très-grave au sujet de la définition x du Livre XI.

Au lieu du Supplément que j'ai composé pour servir de suite à la Géométrie d'Euclide, je devois donner la traduction littérale du Traité du Cylindre et de la Sphère et du Traité de la mesure du Cercle d'Archimède; mais ayant fait réflexion que ces deux Traités ne sont pas assez élémentaires, je me suis décidé à composer un Traité succinct du Cercle, du Cylindre, du Cône et de la Sphère, qui fût à la portée de ceux qui apprennent les mathématiques, et dont toutes les propositions fussent rigoureusement démontrées.

La démonstration d'Archimède, qui regarde la mesure de la sphère, est tellement compliquée, qu'il faut la plus grande contention d'esprit pour la comprendre; la démonstration que je lui substitue est courte et facile à saisir, et cependant elle a toute la rigueur qu'on peut exiger.

Je ne ferai pas l'éloge d'Euclide; on se méfie toujours de l'éloge d'un auteur fait par son traducteur. Je laisserai parler deux illustres Géomètres, Montucla et Bossut.

« C'est sur-tout à ses Elémens qu'Euclide doit la célébrité de son nom. Il ramassa dans cet ouvrage, le meilleur encore de tous ceux de ce genre, les vérités élémentaires de la Géométrie, découvertes avant lui. Il y mit cet enchaînement si admiré par les amateurs de la rigueur géométrique, et qui est tel, qu'il n'y a aucune proposition qui n'ait des rapports nécessaires avec celles qui la précèdent ou qui la suivent. En vain divers Géomètres, à qui l'arrangement d'Euclide a déplu, ont tâché de le réformer, sans porter atteinte à la force des démonstrations. Leurs efforts impuissans ont fait voir combien il est difficile de substituer à la chaîne formée par l'ancien géomètre, une chaîne aussi ferme et aussi solide. Tel étoit le sentiment de l'illustre M. Leibnitz, dont l'autorité doit être d'un grand poids en ces matières; et M. Wolf, qui nous l'apprend, convient d'avoir tenté inutilement d'arranger les vérités géométriques dans un ordre différent, sans supposer des choses qui n'étoient point encore démontrées, ou sans se relâcher beaucoup sur la solidité de la démonstration. Les Géomètres anglais, qui semblent avoir le mieux conservé le goût de la rigoureuse géométrie, ont toujours pensé ainsi; et Euclide a trouvé chez eux de zélés défenseurs dans divers Géomètres habiles. L'Angleterre voit moins éclore de ces ouvrages, qui ne facilitent la science qu'en l'énervant; Euclide y est presque le seul auteur élémentaire connu, et l'on n'y manque pas de Géomètres.

» Le reproche de désordre fait à Euclide, m'oblige à quelques réflexions sur l'ordre prétendu qu'affectent nos auteurs modernes d'élémens, et sur les inconvéniens qui en sont la suite. Peut-on regarder comme un véritable ordre, celui qui oblige à violer la condition la plus essentielle à un raisonnement géométrique, je veux dire, cette rigueur de démonstration, seule capable de forcer un esprit disposé à ne se rendre qu'à l'évidence métaphysique? Or rien n'est plus commun chez les auteurs dont on parle, que ces atteintes portées à la rigueur géométrique. Mais il leur falloit nécessairement se relâcher jusqu'à ce point, ou commencer à traiter d'un certain genre d'étendue, avant que d'avoir épuisé ce qu'il y avoit à dire d'un autre plus simple, et ils ont mieux aimé ne démontrer qu'à demi, c'est-à-dire, ne point démontrer du tout, que de blesser un prétendu ordre dont ils étoient épris.

» Il y a même, à mon avis, une sorte de puérilité dans cette affectation de ne point parler d'un genre de grandeur, des triangles, par exemple, avant que d'avoir traité au long des lignes et des angles : car pour peu que, s'astreignant à cet ordre, on veuille observer la rigueur géométrique, il faut faire les mêmes frais de démonstrations, que si l'on eût commencé par ce genre d'étendue plus composé, et d'ailleurs si simple, qu'il n'exige pas qu'on s'y élève par degrés. J'ose aller plus loin, et je ne crains point de dire que cet ordre affecté va à rétrécir l'esprit, et à l'accoutumer à une marche contraire à celle du génie des découvertes. C'est déduire laborieusement plusieurs vérités particulières, tandis qu'il n'étoit pas plus difficile d'embrasser tout d'un coup le tronc, dont elles ne sont que les branches. Que sont en effet la plupart de ces propositions sur les perpendiculaires et les obliques, qui remplissent plusieurs sections des ouvrages dont on parle, sinon autant de conséquences fort simples de la propriété du triangle isoscèle ? Il étoit bien plus lumineux, et même plus court, de commencer à démontrer cette propriété, et d'en déduire ensuite toutes ces autres propositions ». (*Histoire des Mathématiques*, par J. F. Montucla. *Paris*, an VII, tom. I, pag. 205.)

« Jamais livre de science n'a eu un succès comparable à celui des Elémens d'Euclide. Ils ont été enseignés exclusivement pendant plusieurs siècles dans toutes les écoles de mathématiques, traduits et commentés dans toutes les langues; preuve certaine de leur excellence ». (*Essai sur l'Histoire générale des Mathématiques*, par Ch. Bossut. *Paris*, 1802, tom. 1., pag. 45.)

N. B. Il est indispensable de faire les corrections indiquées dans l'*errata*, avant d'entreprendre la lecture d'Euclide.

TABLE.

ÉLÉMENS
DE
GÉOMÉTRIE
D'EUCLIDE.

LIVRE PREMIER.

DÉFINITIONS.

1. Le point est ce qui n'a aucune partie.

2. La ligne est une longueur sans largeur.

3. Les extrémités d'une ligne sont des points.

4. La ligne droite est celle qui est toute également interposée entre ses points (1).

5. Une superficie est ce qui a longueur et largeur seulement.

---

(1) Dans la suite nous dirons une droite au lieu de dire une ligne droite.

6. Les extrémités d'une superficie sont des lignes.

7. Une superficie pleine est celle qui est également interposée entre ses lignes droites.

8. Un angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan et qui ne sont point placées dans la même direction.

9. Lorsque des lignes droites comprennent un angle, l'angle s'appelle rectiligne.

10. Lorsqu'une droite tombant sur une droite fait les angles de suite égaux entr'eux, chacun des angles égaux est droit. La droite tombante est dite perpendiculaire à celle sur laquelle elle tombe.

11. L'angle obtus est celui qui est plus grand que l'angle droit.

12. L'angle aigu est celui qui est plus petit que l'angle droit.

13. On appelle terme ou *limite* ce qui est l'extrémité de quelque chose.

14. On appelle figure ce qui est compris entre une ou plusieurs limites.

15. Le cercle est une figure plane comprise dans une seule ligne qu'on appelle circonférence; toutes les droites menées à la circonférence d'un seul point de ceux qui sont placés dans les figures, sont égales entr'elles.

16. Ce point se nomme le centre du cercle.

17. Le diamètre du cercle est une droite menée par le centre et terminée de part et d'autre par la circonférence du cercle ; le diamètre partage le cercle en deux parties égales.

18. Un demi-cercle est une figure comprise entre le diamètre et la portion de la circonférence qui est interceptée par le diamètre.

19. Un segment de cercle est une portion du cercle comprise entre une droite et la circonférence du cercle.

20. Les figures rectilignes sont celles qui sont terminées par des droites.

21. On appelle trilatères ou *triangles* les figures terminées par trois droites.

22. Quadrilatères, celles qui sont terminées par quatre.

23. Multilatères ou *polygones*, celles qui sont terminées par plus de quatre droites.

24. Parmi les figures trilatères, celle qui est terminée par trois côtés égaux se nomme triangle équilatéral.

25. Celle qui a seulement deux côtés égaux se nomme triangle isocèle.

26. Celle dont tous les côtés sont inégaux se nomme triangle scalène.

27. Parmi les figures trilatères, celle qui a un angle droit se nomme triangle rectangle.

28. Celle qui a un angle obtus se nomme triangle amblygone ou *triangle obtus-angle.*

29. Celle qui a ses trois angles aigus, triangle oxygone ou *triangle acutangle.*

30. Parmi les figures quadrilatères, celle qui ses côtés égaux et ses angles droits, se nomme quarré.

31. Celle qui a ses angles droits, mais qui n'a pas ses côtés égaux, se nomme quarré oblong ou *rectangle.*

32. Celle qui a ses côtés égaux, mais qui n'a pas ses angles droits, se nomme rhombe.

33. Celle dont les côtés et les angles opposés sont égaux, mais dont tous les côtés ne sont pas égaux et dont les angles ne sont pas droits, se nomme rhomboïde.

34. Les autres quadrilatères, ceux-là exceptés, se nomment trapèzes (1).

35. Enfin, les parallèles sont des droites qui, étant placées sur un même plan, et qui étant

---

(1) On nomme aujourd'hui trapèze un quadrilatère dont deux de ses côtés seulement sont parallèles, et les autres quadrilatères, excepté le trapèze et les quadrilatères dont parle Euclide, se nomment ordinairement quadrilatères simplement dits.

prolongées de part et d'autre à l'infini, ne se rencontrent nulle part.

DEMANDES. ou postulats

1. Conduire une droite d'un point quelconque à un point quelconque.

2. Prolonger continuellement, selon sa direction, une droite finie.

3. D'un point quelconque et avec un intervalle quelconque décrire une circonférence de cercle.

Notions communes ou axiomes.

1. Les quantités qui sont égales à une même quantité sont égales entr'elles.

2. Si à des quantités égales on ajoute des quantités égales, les tous seront égaux.

3. Si de quantités égales on retranche des quantités égales, les restes seront égaux.

4. Si à des quantités inégales on ajoute des quantités égales, les tous seront inégaux.

5. Si de quantités inégales on retranche des quantités égales, les restes seront inégaux.

6. Les quantités qui sont doubles d'une même quantité sont égales entr'elles.

7. Les quantités qui sont les moitiés d'une même quantité sont égales entr'elles.

8. Les choses qui se conviennent mutuellement sont égales entr'elles.

9. Le tout est plus grand que sa partie.

10. Tous les angles droits sont égaux (1).

11. Si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs du même côté plus petits que deux droits, les deux droites prolongées à l'infini se rencontreront du côté où les angles sont plus petits que deux droits.

12. Deux droites ne renferment point un espace.

PROPOSITION PREMIÈRE.

PROBLÊME.

Sur une droite donnée et finie, construire un triangle équilatéral.

Soit AB (fig. 1) la droite donnée et finie : il faut construire sur la droite AB un triangle équilatéral.

Du centre A et avec un intervalle AB, décrivez la circonférence BCD (dem. 3); ensuite du centre B et avec l'intervalle BA décrivez la circonférence ACE; et du point C, où les cir-

(1) Dans quelques manuscrits les axiomes 10 et 11 se trouvent placés parmi les demandes.

conférences se coupent mutuellement, conduisez aux points A, B, les droites CA, CB (dem. 1).

Car puisque le point A est le centre du cercle CDB, la droite AC sera égale à la droite AB (déf. 15); de plus, puisque le point B est le centre du cercle CAE, la droite BC sera égale à la droite BA; mais il a été démontré que la droite CA étoit égale à la droite AB: donc chacune des droites CA, CB est égale à la droite AB; or les quantités qui sont égales à une même quantité sont égales entr'elles; donc la droite CA est égale à la droite CB: donc les trois droites CA, AB, BC sont égales entr'elles.

Donc le triangle ABC (déf. 24) est équilatéral, et de plus il est construit sur la ligne donnée et finie AB; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION II.

PROBLÊME.

D'un point donné conduire une droite égale à une droite donnée.

Soit A (fig. 2) le point donné et BC la droite donnée : il faut conduire du point A une droite égale à la droite BC.

Conduisez du point A au point B la droite

AB (dem. 1); sur cette droite construisez le triangle équilatéral DAB (prop. 1), et prolongez les droites AE, BF dans la direction des côtés DA, DB; du centre B et avec l'intervalle BC, décrivez la circonférence CGH (dem. 3); et du centre D et avec l'intervalle DG décrivez ensuite la circonférence GKL.

En effet, puisque le point B est le centre du cercle CGH, la droite BC sera égale à la droite BG (déf. 15); de plus, puisque le point D est le centre du cercle GKL, la droite DL sera égale à la droite DG; mais la droite DA est égale à la droite DB: donc la droite AL sera égale à la droite BG (axiome 3); mais il a été démontré que la droite BC est égale à la droite BG: donc les droites AL, BC sont égales chacune à la droite BG. Mais les quantités qui sont égales à une même quantité sont égales entr'elles: donc la droite AL est égale à la droite BC.

Donc du point donné B on a conduit une droite AL égale à la ligne donnée BC; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION III.

PROBLÈME.

Deux droites inégales étant données, retrancher de la plus grande une droite égale à la plus petite.

Soient AB et C (fig. 3) les deux droites inégales données dont la plus grande soit AB : il faut de la plus grande AB retrancher une droite qui soit égale à la plus petite C.

Du point A conduisez une droite AD égale à la droite C (prop. 2), et du centre A et avec un intervalle AD décrivez la circonférence DEF (dem. 3).

Puisque le point A est le centre du cercle DEF, la droite AE sera égale à la droite AD ; mais la droite C est égale à la droite AD : donc les deux droites AE, C sont égales chacune à la droite AD : donc la droite AE est égale à la droite C.

Donc les deux droites inégales AB, C ayant été données, il a été retranché de la plus grande AB une droite AE égale à la plus petite C ; ce qu'il falloit faire.

PROPOSITION IV.

THÉORÈME.

Si deux côtés d'un triangle sont égaux à deux côtés d'un autre triangle chacun à chacun, et si les deux angles compris entre les côtés égaux de ces deux triangles sont aussi égaux, la base de l'un sera égale à la base de l'autre; ces deux triangles seront égaux, et les autres angles compris entre les côtés égaux de ces deux triangles seront aussi égaux entr'eux.

Soient les deux triangles ABC, DEF (fig. 4) dont les deux côtés AB, AC sont égaux aux deux côtés DE, DF chacun à chacun, c'est-à-dire, le côté AB égal au côté DE, et le côté AC au côté DF; que l'angle BAC soit aussi égal à l'angle EDF : je dis que la base BC est égale à la base EF, que le triangle ABC est égal au triangle DEF, et que les autres angles compris entre les côtés égaux de ces deux triangles sont aussi égaux chacun à chacun; l'angle ABC égal à l'angle DEF, et l'angle ACB égal à l'angle DFE.

Car si le triangle ABC est appliqué sur le triangle DEF, le point A étant posé sur le point D, la droite AB sur la droite DE, le point B tombera sur le point E, parce que la droite AB est égale à la droite DE : mais la droite AB s'appliquant exactement sur la droite DE, la droite AC s'appliquera de même exactement sur la droite DF, parce que l'angle BAC est égal à l'angle EDF ; le point C tombera sur le point F, parce que la ligne AC est égale à la ligne DF ; mais le point B tombe sur le point E : donc la base BC est égale à la base EF, car si le point B tombant sur le point E, et le point C sur le point F, la base BC ne s'applique pas exactement sur la base EF, il faut nécessairement que deux lignes droites comprennent un espace, ce qui est impossible (axiome 12) ; donc la base BC s'appliquera exactement sur la base EF, et lui sera égale ; donc aussi le triangle entier ABC s'appliquera exactement sur le triangle entier DEF et lui sera égale. Par conséquent les autres angles de l'un des triangles s'appliqueront exactement sur les autres angles de l'autre triangle et seront par conséquent égaux aussi entr'eux ; c'est-à-dire l'angle ABC égal l'angle DEF, et l'angle ACB égal à l'angle DFE.

Donc si deux côtés d'un triangle sont égaux à deux côtés d'un autre triangle chacun à chacun, et si les deux angles compris entre les côtés égaux de ces deux triangles sont aussi égaux, la base de l'un sera égale à la base de l'autre; ces deux triangles seront égaux, et les autres angles compris entre les côtés égaux des deux triangles seront aussi égaux entr'eux; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION V.

THÉORÊME.

Dans les triangles isocèles les angles placés sur la base sont égaux entr'eux, et les côtés égaux étant prolongés, les angles placés au-dessous de la base seront aussi égaux entr'eux.

Soit le triangle isocèle ABC (fig. 5) dont le côté AB est égal au côté AC; prolongez les droites AB, AC, vers D et vers E (dem. 2): je dis que l'angle ABC est égal à l'angle ACB et que l'angle CBD est encore égal à l'angle BCE.

Car prenons sur la droite BD un point quelconque F, et de la droite AE retranchons la droite AG égale à la droite AF, qui est plus petite que la droite AE (prop. 3), et conduisons les droites FC et GB.

Puisque la droite AF est égale à la droite AG et la droite AB à la droite AC, les deux droites FA, CA seront égales aux deux droites GA, BA chacune à chacune; mais ces droites compren-