EVCLIDES.

PARISIIS.

Apud Thomam Richardum, sub Bibliis aureis, è regione Collegij Remensis.

1549.

NOBILISSIMO PRINCIPI *Carolo Lotharingo Rhemorum Archiepiscopo Petrus Ramus Veromanduus S.*

OMNES artes, Præsul amplissime, quæ cognitionem honestam, & liberalem scientiam continent, allicere ad se percipiẽdum animos nostros debent: sed mathematicæ imprimis disciplinæ, in quibus si vel immensam materiam, vel summum constructionis artificium consideres: sic operis elegantia cum materiæ vastitate certare videbitur, vt cum ingens rerũ moles admirabilis tibi visa sit: te tamen compositionis splendor multo vehementius oblectet ac retineat attentius. Etenim quid est in omni natura tam varium, tamque multiplex, quàm numerorum varietas, atque multitudo? Quid tam magnum, atque amplum, vel oculis cerni, vel animo cogitari potest, quàm terrarum, aquarum, aeris, cœlorum, mundique vniuersi magnitudo, atque amplitudo? Atqui hæc materies tã varia, tam multiplex, tam magna, tam ampla mathematicę scientiæ propria est. Quam tamen incredibilis rerum ordo, dispositióque omni laude longe superat, ac vincit. Hic enim prima mediis, media postremis, omniáq; inter se, velut aurea quadam Homeri catena sic vincta, colligatáque sunt: vt nil aptius, nil compactius, nil firmius esse possit, positis principiis, tanquam solidis fundamentis consequentium demonstrationes affirmantur: ab iis deinceps perspicuè & euidenter conclusis, complexiones aliæ connectuntur, totaque disciplinæ descriptio ita sibi coniuncta copulataque est: vt si vnam literam moueris, labātur omnia: nec tamen quicquam est, quod moueri labive possit. Quamobrem minime mirandum est Pythagoram, Platonemque huius admiratione disciplinæ captos, maius in ea diuinius que quiddam deprehendisse: quàm vt humanis sensibus tribuendum arbitrarentur. Itaque in anima tam excellētes notitias ab intelligētiæ primæ ingentis & æternis exemplis insitas, & ingeneratas crediderunt: eique propterea nomen ipsum [illegible] quasi reminiscentiæ, recordationisque (vt Proclus author est) affinxerunt: quasi tanta scientia non ab homine inuēta, sed diuinitus in animis nostris impressa, recordatione animaduersarum rerū paulatim recrearetur. Verumenimuero quàm longa obliuio, quàm tarda recordatio ista fuit? Primi illi homines (vt Iosephus antiquitatis Iudaicæ scriptor ait) Adamus, Sethus, Enus, Noeus vitæ & longissimæ & contemplationi deditissimæ beneficio, in hanc recordationem incubuerunt: & ne alia nouæ obliuionis caligine circunfusa teneretur, duabus ingētibus colūnis exaratam, descriptamq; ad posteritatem transmiserunt. Hinc AEgyptii, Græci, Itali, Siculi, Arabes, Hispani, Germani, Galli, omniumque terrarum populi acceptam excoluerunt, atque amplificarunt. Hinc tot, tamque excellētia ingenia excitari, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Platonis, Eudoxi, Ptolemei, Euclidis, Archimedis, aliorumq; innumerabilium cœperūt:

videlicet ad huius mathematicæ recordationis opus exædificandum, tot fabros, tot architectos adhiberi oportuit, quia non modo non homo vnus, aut ætas vna: sed vix multa & hominum, & ætatum milia ad constituendam tam nobilis, tamque præstantis doctrinæ scientiam sufficerent. Quamobrem vt publica studia, ad hãc cognitionem amplexandam, non solum industria, quod assiduè facimus, sed etiam facultate librorum, & copia iuuaremus: curauimus excudendas matheses antiquorum ab Euclide collectas, semotis interpretum & commentis, & figuris: non quòd interpretes improbemus: sed vt neminem sumptus (qui in hos libros antea maior erat, quàm tenues discẽtium fortunæ ferre possent) imposterum à discendo deterreat. Si quid autem obscurum fuerit, lõgè commodius viua præceptoris intelligentis oratio, quàm picta in libris interpretũ manus explicabit: quódque ad figuras attinet, magis laudabo discipulum in abaco & puluere figuras sibi demonstratas imitantem, quàm ociose & inutiliter alienas picturas aspectantem. Quæ ad te merito scribere nobis videmur, in quo non solum disciplinas & virtutes excellentes admiramur: sed etiam singularem amorem in honesta disciplinarum & virtutum promouendarum studia cognoscimus. Vale.

5. Cal. Febr. 1544.

Euclidis elementa

MATHEMATICA.

Diffinitio. I.

S*IGNVM, est cuius pars nulla.*

2

Linea verò, lõgitudo illatabilis.

3

Lineæ autem limites, sunt signa.

4

Recta linea, est quæ ex æquali, sua interiacet signa.

5

Superficies, est quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.

6

Superficiei extrema, sunt lineæ.

7

Plana superficies, est quæ ex æquali suas interiacet lineas.

8

Planus angulus, est duarum linearùm in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

9

Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

10

Cum verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos æquales adinuicem fecerit, rectus est vterq; æqualium angulorum: & quæ superstat, recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit.

11

Obtusus angulus, maior est recto.

12

Acutus verò, minor est recto.

13

Terminus, est quod cuiusque finis est.

14

Figura, sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

15

Circulus, est figura plana vna linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab vno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ, in ipsiusque circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

16

Centrum verò, ipsius circuli signũ appellatur.

17

Dimetiẽs circuli, est recta quædã linea per centrum acta, & ex vtraq; parte in circuli circũferentiã terminata, quæ circulum bifariã dispescit.

18

Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est, continetur.

19

Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.

20

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur.

21

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis.

22

Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus, quàm quatuor, rectis lineis comprehenduntur.

24

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterum est triangulum sub tribus æqualibus lateribus contentum.

25

Isosceles autem, est quod sub binis tantùm æqualibus lateribus continetur.

26

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur.

27

Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triãgulum, est quod rectum angulum habet.

28

Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

29

Oxygoniũ verò, quod tres habet acutos angulos

30

Quadrilaterarũ autem figurarũ, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectãgulũ est.

31

Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

32

Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est.

33

Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

34

Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.

35

Parallelæ, rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Postulata I.

Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere.

2

Rectam lineam terminatam, in continuum rectumque producere.

3

Omni cẽtro & interuallo, circulum describere.

4

Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse.

5

Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Communes sententiæ I.

Quæ eidem æqualia, & adinuicẽ sunt æqualia.

2

Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

3

Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur, æqualia erunt.

4

Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia erunt inæqualia.

5

Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

6

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia.

7

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem.

8

Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem.

9

Totum, est sua parte maius.

10

Duæ rectæ lineæ, superficiem non concludunt.

Propositio I.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

2

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

3

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem rectam lineam abscindere.

4

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebũt, & triangulum triangulo æquum erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

5

Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

6

Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

7

Super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales, altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis posßidentes.

8

Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoque basi æqualem, angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis cōtentū æqualem habebunt.

9

Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

10

Datam rectā lineam terminatā, bifariā secare.

11

Data recta linea, à signo in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

12

Super datam rectam lineam infinitam, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

13

Cum recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

14

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius signum duæ rectæ lineæ, non ad easdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerit, ipsæ in directū rectæ lineæ adinuicem erūt.

15

Si duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient.

16

Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrisque interioribus & ex opposito, maior est.

17

Omnis trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

18

Omnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur.

19

Omnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur.

20

Omnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

21

Si trianguli à limitibus vnius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituãtur, quæ cõstituuntur, reliquis triãguli binis lateribus minores quidem erunt, maioremque angulum continebunt.

22

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cõstruere. Oportet autem duo latera reliquo esse maiora, quomodocunq; assumpta: quoniã omnis triãguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora.

23

Ad datam rectam lineam, ad datumque in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

24

Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoque basi maiorem habebunt.

25

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basin verò basi maiorem, angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

26

Si bina triangula, duos angulos duobus angulis, alterum alteri æquales habuerint, vnúmque latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia, alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

27

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt.

28

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

29

In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito, & ad easdem partes æqualem, & interiores, & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

30

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

31

Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

32

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus & opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

33

AEquas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

34

Parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat.

35

Parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

36

Parallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

37

Triangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

38

Triangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

39

Triangula æqualia in eadem basi cõstituta, & ad easdem partes, & in eisdem sunt parallelis.

40

Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes, & in eisdem sunt parallelis.

41

Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdemque fuerint parallelis, trianguli parallelogrammum duplum erit.

42

Dato triangulo æquale parallelogrammum cõ stituere, in dato angulo rectilineo.

43

Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplemẽta, sibi inuicem sunt æqualia.

44

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

45

Dato parallelogrammo, æquale parallelogram mum constituere in dato angulo rectilineo.

46

Ex data recta linea quadratum describere.

47

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.

48

Si trianguli quod ab vno laterum quodratum æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus, quadratis: angulus cõprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

EVCLIDIS
Liber ſecundus.

Parallelogrammum rectangulum.

Omne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi loci eorum, quæ circa dimetientem illius ſunt parallelogrammorum, Vnumquodque cum binis ſupplementis gnomon Vocetur.

Propoſitio I.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarũ altera in quotcunque ſegmenta, rectangulum cõprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

2

Si recta linea ſecetur Vtcunque, quæ ſub tota & quolibet ſegmentorum rectangula comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod ex tota eſt, quadrato.

3

Si recta linea ſecetur Vtcunque, rectangulum sub tota & vno segmentorum comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

4

Si recta linea secetur vtcunque, quadratum quod fit ex tota, æquum est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo.

5

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, rectangulum comprehensum sub inæqualibus sectionibus totius vnà cum quadrato quod à medio sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

6

Si recta linea bifariam secetur, adiiciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulum cõprehensum sub tota cum apposita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ est ei quod fit ex coniecta ex dimidia & apposita tanquam ex vna descripto quadrato.

7

Si recta linea secetur vtcunque, quod à tota & ab vno segmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

8

Si recta linea secetur vtcunque, rectangulum comprehensum quater sub tota & vno segmentorum cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab vna descripto quadrato.

9

Si recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmẽtis fiũt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia, & eius quod à medio sectionum fit, quadratorum.

10

Si recta linea secetur bifariam, apponatur autem ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquã ex vna descriptorum quadratorum.

11

Datam rectam lineam secare, vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

12

In obtusi angulis triangulis, quod ad obtusum angulum subtendẽte latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, qui sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.

13

In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis, comprehenso bis sub vno eorum quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

14

Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

EVCLIDIS
Liber tertius.

Diffinitio I.

AEquales circuli sunt, quorum dimẽtientes sunt æquales, vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

2

Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat.

3

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur, qui sese inuicem tangentes, se non inuicem secant.

4

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cum à centro in eas perpendiculares ductæ, sunt æquales. Magis autem distare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

5

Sectio circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circunferentia.

6

Sectionis angulus, est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

7

In sectione autem angulus est, cum in circunferentia sectionis cõtingit aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autem angulus sub coniunctis rectis lineis est.

8

Cum verò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam, in illa angulus esse dicitur.

9

Sector autem circuli, est cùm ad centrum circuli steterit angulus, comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.

10

Similes sectiones circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Propositio I.

Dati circuli, centrum inuenire.

2

Si in circuli circunferentia duo fuerint signa vtcunque contingentia, ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circulum cadit.

3

Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per cētrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam dispescet: et si ad angulos rectos ipsam dispescet, bifariam quoque ipsam secabit.

4

Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint, non per centrum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

5

Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

6

Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

7

Si in diametro circuli aliquod contingat signum quod minimè circuli centrum sit, ab eoq́ue signo in circulum quædam rectæ lineæ procedãt, maxima erit in qua centrum: minima verò, reliqua: aliarum verò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad vtrasque partes minimæ.

8

Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eoq́ue signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem vna per centrũ extendatur, reliquæ verò vtcunque: in connexam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrum ducta est. Aliarum autem, semper ei quæ per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetien-

tem iacet: minimæ verò propinquior, semper remotiore minor est. Duæ autẽ tantùm rectæ lineæ, ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad vtrasque partes minimæ.

9

Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures, quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum, centrum ipsius est circuli.

10

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

11

Si bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipianturque eorum centra; ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contractũ circulorum cadit.

12

Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transiet.

13

Circulus circulum non tãgit in pluribus signis vno, etsi extra, etsi intus tangat.

14

In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. Etsi æqualiter distant