



Table des matières

Avant-propos	IX	10. Résolution de la mise en situation.....	17
Remerciements	XI	Entraînement	19
Les auteurs	XII	1. Questions de réflexion et de mise en pratique	19
Chapitre 1		2. Solutions	20
L'intérêt	1	Chapitre 2	
1. Mise en situation	1	L'actualisation	21
2. Concept d'intérêt.....	1	1. Mise en situation	21
2.1. L'unité de temps	2	2. Le principe de l'actualisation.....	21
2.2. Le taux d'intérêt.....	3	3. L'escompte à intérêt simple	22
3. L'intérêt simple	3	4. L'actualisation à intérêt composé.....	24
3.1. Principe de l'intérêt simple	3	5. Séquence de flux financiers à intérêt simple.....	25
3.2. Le paradoxe de l'interruption de placement	4	5.1. Valeur finale, acquise ou future	26
4. L'intérêt composé	5	5.2. Valeur escomptée (valeur actuelle ou présente).....	26
4.1. Le principe de l'intérêt composé....	5	6. Séquence de flux financiers à intérêt composé	27
4.2. Comparaison entre intérêt simple et intérêt composé	6	6.1. Valeur finale, acquise ou future	27
4.3. Intérêt simple ou intérêt composé en pratique ?	7	6.2. Valeur actuelle ou présente	27
5. Conventions de calcul des durées.....	7	7. La règle du voyage dans le temps	27
6. Taux équivalents et taux proportionnels.....	8	8. Résolution de la mise en situation.....	29
6.1. Taux équivalents à intérêt simple ...	8	Entraînement	31
6.2. Taux équivalents à intérêt composé.....	9	1. Questions de réflexion et de mise en pratique	31
6.3. Taux proportionnels à intérêt composé.....	9	2. Solutions	32
7. Taux d'intérêt et taux d'inflation.....	10	Chapitre 3	
8. Quelques problèmes classiques.....	11	Les annuités	33
8.1. Calculs à intérêt simple	11	1. Mise en situation	33
8.2. Calculs à intérêt composé	13	2. L'annuité ordinaire.....	34
9. Capitalisation en temps continu	15	2.1. Actualisation de l'annuité ordinaire.....	34
9.1. Équation différentielle de capitalisation	16	2.2. Capitalisation de l'annuité ordinaire.....	37
9.2. Capitalisation à taux variables	16		

2.3. Déterminer les paramètres de l'annuité ordinaire..... 40

2.4. Le fractionnement de l'annuité ordinaire..... 45

3. Principales variantes de l'annuité ordinaire..... 46

3.1. L'annuité immédiate..... 46

3.2. L'annuité différée..... 48

3.3. L'annuité croissante en progression géométrique 50

3.4. L'annuité croissante en progression arithmétique 52

3.5. La perpétuité 54

3.6. La perpétuité croissante..... 56

4. Résolution de la mise en situation..... 57

Entraînement..... 60

1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 60

2. Solutions 62

Chapitre 4
Choix d'investissement et taux de rentabilité interne 63

1. Introduction..... 63

2. Mise en situation 63

3. Critères de rentabilité d'un seul projet 64

3.1. Caractéristiques d'un projet d'investissement 64

3.2. La valeur actuelle nette d'un projet..... 65

3.3. Les indices de profitabilité..... 68

3.4. Le taux de rentabilité interne 70

3.5. Délai d'amortissement d'un capital investi 80

4. Projets d'investissement mutuellement exclusifs..... 81

4.1. Comparaison de deux projets de durée de vie identique 81

4.2. Comparaison de deux projets à durées de vie différentes..... 89

Entraînement..... 90

1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 90

2. Solutions 91

Chapitre 5
Les emprunts indivis..... 93

1. Mise en situation 93

2. Concept d'amortissement 94

2.1. Énoncé du problème et première formule de remboursement 94

2.2. Deuxième formule de remboursement : les annuités constantes..... 95

2.3. Troisième formule de remboursement : les amortissements constants 96

2.4. Quatrième formule de remboursement : le terme fixe..... 97

2.5. Retour sur cet exemple..... 97

3. Généralisation du concept d'amortissement 97

3.1. Concept général d'emprunt indivis 97

3.2. Règles de base de l'amortissement..... 98

3.3. Relations fondamentales 99

3.4. Tableau d'amortissement..... 100

4. Les emprunts remboursables par annuités constantes 101

4.1. Calcul de l'annuité..... 101

4.2. Calcul du solde restant dû 102

4.3. Fractionnement mensuel de l'emprunt à flux constants 104

4.4. Emprunt perpétuel..... 105

5. Les emprunts remboursables par amortissements constants 106

5.1. Calcul du solde restant dû 106

5.2. Calcul de l'annuité..... 106

6. Les emprunts remboursables *in fine* .. 107

6.1. Principe général..... 107

6.2. Emprunt par reconstitution du capital..... 108

6.3. Emprunt à deux taux 109

7. Les emprunts remboursables par annuités croissantes et par amortissements croissants 113

7.1. Emprunts remboursables par annuités croissantes..... 113

7.2. Emprunts remboursables par amortissements croissants..... 117

8. Effet de la variation des taux d'intérêt.....	119
8.1. Principe général.....	119
8.2. Adaptation de l'annuité.....	119
8.3. Adaptation de la durée.....	121
8.4. Effet d'une indemnité de emploi... ..	123
9. Résolution de la mise en situation.....	124
Entraînement.....	125
1. Questions de réflexion et de mise en pratique.....	125
2. Solutions.....	128

Chapitre 6

Les emprunts obligataires.....	129
1. Mise en situation.....	129
2. Le marché obligataire.....	130
2.1. Définition de l'emprunt obligataire.....	130
2.2. Types d'emprunts obligataires.....	131
2.3. Marché primaire et marché secondaire.....	132
3. Caractéristiques et fonctionnement des obligations.....	134
3.1. La qualité de l'émetteur et les ratings.....	134
3.2. La valeur faciale ou valeur nominale.....	134
3.3. Le prix d'émission.....	135
3.4. Le mode de remboursement des obligations.....	136
3.5. Le taux d'intérêt et le taux de rendement.....	137
4. L'obligation classique à terme fixe.....	138
4.1. Le prix d'émission et le rendement de l'obligation à terme fixe.....	139
4.2. Le prix de marché de l'obligation à terme fixe.....	144
5. Les autres modes d'amortissement des obligations.....	147
5.1. L'obligation zéro coupon.....	147
5.2. L'obligation perpétuelle.....	149
5.3. L'obligation à amortissements constants.....	151
5.4. L'obligation à annuités constantes ..	154

6. Usufruit et nue-propriété.....	156
6.1. Définition.....	156
6.2. Usufruit et nue-propriété d'une obligation <i>in fine</i> (à terme fixe).....	157
6.3. Généralisation à tout type d'emprunt.....	158
7. Résolution de la mise en situation.....	159
Entraînement.....	161
1. Questions de réflexion et de mise en pratique.....	161
2. Solutions.....	164

Chapitre 7

Courbe des taux.....	167
1. Introduction et définitions.....	167
2. Mise en situation.....	168
3. Hypothèses et notations.....	169
3.1. Hypothèses.....	169
3.2. Notations.....	169
4. Structure par terme des taux au comptant et des taux à terme.....	170
4.1. Taux au comptant.....	170
4.2. Taux à terme.....	173
4.3. Taux au comptant et taux à terme... ..	175
5. Estimation d'une courbe de taux.....	178
5.1. Introduction.....	178
5.2. Estimation par la méthode de Nelson & Siegel augmentée par Svensson.....	179
Entraînement.....	188
1. Questions de réflexion et de mise en pratique.....	188
2. Solutions.....	190

Chapitre 8

Les produits de taux.....	193
1. Mise en situation.....	193
2. Compléments sur les courbes de taux.....	193
2.1. Taux au comptant.....	194
2.2. Taux à terme.....	195
2.3. Taux instantanés.....	198
2.4. Taux à terme anticipateurs des taux au comptant.....	199

- 3. Les FRA 200
- 4. Les obligations à taux variable 204
- 5. Swap 207
 - 5.1. Concept de swap de taux d'intérêt .. 207
 - 5.2. Taux swap 209
 - 5.3. Swap forward et valorisation ultérieure d'un swap 210
- Entraînement 212
 - 1. Questions de réflexion et de mise en pratique 212
 - 2. Solutions 213

Chapitre 9

Duration et immunisation 215

- 1. Introduction 215
- 2. Mise en situation 215
- 3. Notations 215
- 4. Valeur d'une obligation zéro coupon en fonction du taux et de la maturité .. 216
 - 4.1. Variation de la valeur de l'obligation zéro coupon en fonction de r 216
 - 4.2. Variation de la valeur de l'obligation zéro coupon en fonction de r et de T 217
- 5. Concept d'immunisation d'un investissement obligataire 219
 - 5.1. Le concept d'immunisation et hypothèses 219
 - 5.2. Effet d'une variation de r sur la valeur de l'obligation $VO(t,r)$ 220
 - 5.3. Effet d'une variation de r sur la valeur des coupons échus $VC(t,r)$ 222
 - 5.4. Effet d'une variation de r sur la valeur de l'investissement $VI(t,r)$ 224
- 6. Concept de duration d'un investissement obligataire 225
 - 6.1. Expression mathématique de la duration 225
 - 6.2. Définition et interprétation de la duration 228
 - 6.3. Calcul pratique de la duration 229
 - 6.4. Duration et rendement de l'investissement obligataire 230
 - 6.5. Duration, duration modifiée et sensibilité 233

- 7. Duration et types d'obligations 234
 - 7.1. Duration d'une obligation zéro coupon 235
 - 7.2. Duration d'une obligation à taux constant, émise et remboursée au pair 235
 - 7.3. Duration d'une obligation perpétuelle 236
- Entraînement 236
 - 1. Questions de réflexion et de mise en pratique 236
 - 2. Solutions 237

Chapitre 10

Convexité et ALM 239

- 1. Introduction 239
- 2. Mise en situation 239
- 3. Duration et convexité 239
 - 3.1. Variation de la valeur d'une obligation et duration 239
 - 3.2. Variation de la valeur d'une obligation, duration et convexité 244
 - 3.3. Convexité et dispersion des échéances 249
 - 3.4. Intérêt de la convexité 250
 - 3.5. Convexité et types d'obligations 252
- 4. ALM – gestion actif-passif 254
 - 4.1. Introduction générale à l'ALM 254
 - 4.2. Marge actif-passif 254
 - 4.3. Cash-flow matching 258
 - 4.4. Immunisation par la duration et la convexité 259
 - 4.5. Effets de pente et courbure sur la courbe des taux 262
 - 4.6. Application à la gestion actif-passif 266
 - 4.7. Duration vectorielle 270
- Entraînement 275
 - 1. Questions de réflexion et de mise en pratique 275
 - 2. Solutions 277

Chapitre 11

Les actions	279
1. Mises en situation	279
1.1. Mise en situation 1	279
1.2. Mise en situation 2	279
2. Caractéristiques du marché des actions	280
2.1. Définition	280
2.2. Marchés d'actions	280
2.3. Les indices boursiers	280
3. Méthodes de base d'évaluation des actions	281
3.1. La méthode des multiples	281
3.2. Le modèle de Gordon-Shapiro (méthode des dividendes actualisés)	283
4. Le rendement d'une action	287
4.1. Concept de taux de rendement d'une action	287
4.2. Cas où le dividende est payé au cours de la période	288
4.3. Cas d'échange, de regroupement ou de fractionnement d'actions	290
5. Modélisation du risque	292
5.1. Incertitude et probabilités	292
5.2. Espérance mathématique et variance	295
5.3. Covariance et corrélation	296
5.4. Estimation sur base de données historiques	301
6. Concept de portefeuille et de diversification	304
6.1. La rentabilité d'un portefeuille d'actions	304
6.2. Rendement de marché	305
6.3. Le risque d'un portefeuille d'actions	306
6.4. Le principe de diversification et ses limites	308
7. Résolution des mises en situation	310
7.1. Mise en situation 1	310
7.2. Mise en situation 2	311
Entraînement	311
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	311
2. Solutions	314

Chapitre 12**Introduction à la gestion**

de portefeuille	315
1. Introduction	315
1.1. Un premier concept	315
1.2. Un second concept	315
1.3. L'association de ces deux concepts ..	315
2. Mise en situation	316
3. Comportement de l'investisseur envers le risque	316
3.1. Fonction d'utilité et aversion envers le risque	316
3.2. Comportement du décideur dans un espace « espérance-variance » ...	319
3.3. Application numérique	321
4. Introduction à la gestion de portefeuille	323
4.1. L'intuition de Harry Markowitz	323
4.2. Portefeuille à deux actifs risqués	323
4.3. Portefeuille à deux actifs risqués et un actif sans risque	328
4.4. Portefeuille d'équilibre pour un investisseur averse au risque	332
5. Portefeuille avec n actifs risqués	338
5.1. Concept	338
5.2. Retour à l'exemple de la mise en situation	341
5.3. Recherche de l'expression analytique de la frontière efficiente	343
5.4. Application numérique	346
Entraînement	349
1. Questions de réflexion et de mise en pratique	349
2. Solutions	351

Chapitre 13

Mesures de risque	353
1. Mise en situation	353
2. Le concept de mesure de risque	353
2.1. Définition de la mesure de risque ...	355
2.2. Propriétés des mesures de risque ...	356
2.3. Classes de mesures de risque	360
3. La Value at Risk	360
3.1. Définition	360
3.2. Propriétés de la VaR	363

3.3. Cas de la distribution normale 365
 3.4. Autres distributions 368
 3.5. Value at Risk et actifs financiers 369

4. La Tail Value at Risk 371
 4.1. Définition et propriétés..... 371
 4.2. Cas de la distribution normale 375
 4.3. Autres distributions 377

5. Résolution de la mise en situation..... 378

Entraînement 379
 1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 379
 2. Solutions 381

Chapitre 14

Introduction à la finance

stochastique 383

1. Mise en situation 383

2. Modèle binomial d'action..... 384
 2.1. Modèle sur une période de temps .. 384
 2.2. Modèle sur plusieurs périodes 385
 2.3. Concept de promenade aléatoire ... 387
 2.4. Limite en temps continu de la promenade aléatoire..... 388

3. Mouvement brownien et calcul stochastique..... 392
 3.1. Le mouvement brownien (ou processus de Wiener) 392
 3.2. Notions de calcul stochastique 396
 3.3. Mouvement brownien additif et prix d'une action 404
 3.4. Mouvement brownien géométrique et prix d'une action 405

4. Application aux options 407
 4.1. Concept d'option d'achat (call) et de vente (put) 408
 4.2. Tarification des options dans le modèle binomial 411
 4.3. Formule de Black et Scholes 417

5. Résolution de la mise en situation..... 423

Entraînement 424
 1. Questions de réflexion et de mise en pratique..... 424
 2. Solutions 425

Bibliographie 427

Index..... 431