

# Sommaire

## Troisième semestre

### Espaces vectoriels

1	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel	11
2	Étudier la liberté d'une famille de vecteurs	16
3	Trouver une base d'un sous-espace vectoriel	22
4	Modifier et simplifier une famille génératrice	28
5	Montrer qu'une famille est une base à l'aide d'un argument de dimension	34
6	Déterminer le rang d'une famille de vecteurs	37
7	Montrer qu'une application est linéaire	40
8	Déterminer le noyau d'une application linéaire	45
9	Déterminer l'image et le rang d'une application linéaire	49
10	Utiliser le théorème du rang	53
11	Montrer qu'une application linéaire est un isomorphisme	56
12	Calculer la matrice d'une application linéaire dans une base	60
13	Déterminer le rang d'une matrice	65
14	Déterminer une matrice de passage et appliquer les formules de changement de base	68

### Réduction des endomorphismes

15	Trouver des valeurs propres d'une matrice ou d'un endomorphisme	75
16	Localiser les valeurs propres d'une matrice ou d'un endomorphisme	81
17	Étudier la diagonalisabilité d'une matrice	85
18	Étudier la diagonalisabilité d'un endomorphisme	92

## Compléments d'analyse

19	Déterminer un équivalent simple d'une suite	99
20	Utiliser un équivalent ou un développement limité pour calculer une limite	103
21	Étudier la nature d'une série à l'aide d'un critère de comparaison	108
22	Étudier une suite ou une série à l'aide d'une somme télescopique	113
23	Étudier la nature d'une intégrale généralisée à l'aide d'un calcul	117
24	Étudier la nature d'une intégrale généralisée à l'aide d'un critère de comparaison	122
25	Étudier la nature d'une intégrale deux fois généralisée	127
26	Appliquer le théorème de changement de variable dans une intégrale généralisée	134

## Suites de variables aléatoires

27	Déterminer la loi d'un couple de variables aléatoires discrètes	139
28	Déterminer les lois marginales d'un couple de variables aléatoires discrètes	146
29	Étudier l'indépendance de variables aléatoires discrètes	152
30	Déterminer la loi d'une somme de variables aléatoires discrètes	158
31	Déterminer la loi du minimum et du maximum de variables aléatoires discrètes	164
32	Calculer la covariance d'un couple de variables aléatoires discrètes	172
33	Calculer l'espérance et la variance d'une somme de variables aléatoires discrètes	180
34	Étudier l'indépendance de variables aléatoires quelconques	185

## Quatrième semestre

### Compléments de probabilité

35	Déterminer la loi d'une variable aléatoire fonction d'une variable aléatoire à densité	193
36	Étudier l'existence et calculer la variance d'une variable aléatoire à densité	199
37	Étudier l'espérance d'une variable aléatoire discrète à l'aide du théorème de transfert	207
38	Étudier l'espérance d'une variable aléatoire à densité à l'aide du théorème de transfert	213

### Convergences

39	Appliquer l'inégalité de Markov ou l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev	218
40	Étudier la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires à valeurs entières	226
41	Étudier la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires quelconques	233

## **Estimation**

<b>42</b>	Montrer qu'un estimateur est sans biais, asymptotiquement sans biais	241
<b>43</b>	Déterminer le risque quadratique d'un estimateur, comparer des estimateurs	249
<b>44</b>	Montrer qu'une suite d'estimateurs est convergente	257
<b>45</b>	Déterminer un intervalle de confiance	261
<b>46</b>	Déterminer un intervalle de confiance asymptotique	267

## **Fonctions de deux variables**

<b>47</b>	Déterminer le gradient d'une fonction de deux variables	274
<b>48</b>	Déterminer la matrice hessienne d'une fonction de deux variables	279
<b>49</b>	Rechercher les extremums locaux d'une fonction de deux variables sur un ouvert	284
<b>50</b>	Rechercher les extremums globaux d'une fonction de deux variables	291