

Table des matières

I	Oral 1	11
1	Multiples et diviseurs dans \mathbb{N}	13
1.1	Division euclidienne	13
1.2	Multiples et diviseurs	13
1.3	Nombres premiers	14
1.4	Développement	16
1.5	Approfondissement	17
2	PGCD et PPCM	19
2.1	PGCD, PPCM dans \mathbb{Z}	19
2.1.1	Division euclidienne dans \mathbb{Z}	19
2.1.2	PGCD, PPCM	20
2.1.3	Algorithme d'Euclide	20
2.1.4	Théorème de Bézout	21
2.2	Applications	21
2.2.1	Lemme de Gauss	21
2.2.2	Equations diophantiennes	21
2.3	Développement	22
2.4	Approfondissement	24
3	Congruences	27
3.1	Congruences	27
3.2	Application au codage	28
3.3	Développement	29
3.4	Approfondissement	30
4	Forme trigonométrique dans \mathbb{C}	31
4.1	Module	31

4.2	Argument	32
4.3	Notation exponentielle	33
4.4	Applications	34
4.4.1	Géométrie plane	34
4.4.2	Linéarisation	34
4.4.3	Racines n -ième d'un complexe	35
4.5	Développement	35
4.6	Approfondissement	38
5	Trigonométrie	39
5.1	Au collège	39
5.2	Au lycée	41
5.2.1	Mesures des angles orientés	41
5.2.2	Fonctions trigonométriques	42
5.2.3	Formules de trigonométrie	44
5.2.4	Equations trigonométriques	44
5.3	Applications	45
5.3.1	Calculs de longueurs et d'angles	45
5.3.2	Physique	46
5.4	Développement	46
5.5	Approfondissement	49
6	Géométrie vectorielle	51
6.1	Vecteurs-Translations	51
6.2	Addition des vecteurs	52
6.3	Produit par un réel	53
6.4	Norme	55
6.5	Développement	56
6.6	Approfondissement	57
7	Repérage	59
7.1	Dans le plan	59
7.2	Dans l'espace	61
7.3	Sur une sphère	62
7.4	Développement	64
7.5	Approfondissement	66

8	Droites et plans de l'espace	67
8.1	Droites	67
8.2	Plans	69
8.3	Plans et droites	71
8.4	Applications	72
8.4.1	Section plane d'un cube	72
8.4.2	Théorème du « toit »	72
8.5	Développement	72
8.6	Approfondissement	76
9	Frises et pavages	77
9.1	Transformations du plan	77
9.1.1	Isométries du plan	77
9.1.2	Homothéties	79
9.2	Frises	80
9.3	Pavages	82
9.3.1	Par des parallélogrammes	82
9.3.2	Par des polygones réguliers	82
9.4	Développement	84
9.5	Approfondissement	84
10	Relations métriques et angulaires	85
10.1	Au collège	85
10.1.1	Triangle isocèle	85
10.1.2	Somme des angles	86
10.1.3	Théorème de Pythagore	86
10.2	Au lycée	86
10.2.1	Théorème d'Al-Kashi	86
10.2.2	Formule des trois sinus	87
10.2.3	Formule de la médiane	87
10.2.4	Formule de Héron	88
10.3	Développement	88
10.4	Approfondissement	92
11	Solides de l'espace	93
11.1	Représentations planes	93
11.1.1	Perspectives	93
11.1.2	Patron	95
11.2	Solides et volumes usuels	96

11.2.1	Cylindres	96
11.2.2	Cônes	97
11.2.3	Boules	98
11.2.4	Solides de révolution	98
11.3	Développement	99
11.4	Approfondissement	100
12	Périmètres, aires, volumes	101
12.1	Périmètre	101
12.2	Aires	102
12.3	Volumes	103
12.4	Conversions des unités	104
12.5	Développement	105
12.6	Approfondissement	108
13	Produit scalaire	109
13.1	Produit scalaire dans le plan	109
13.2	Applications	110
13.2.1	Calculs de longueurs et d'angles	110
13.2.2	Orthogonalité	111
13.2.3	Théorème d'Al-Kashi	111
13.2.4	Formule d'addition	111
13.3	Développement	111
13.4	Approfondissement	112
14	Proportionalité et géométrie	115
14.1	Agrandissement-Réduction	115
14.1.1	Théorème de Thalès	115
14.1.2	Réciproque de Thalès	117
14.1.3	Théorèmes des milieux	117
14.2	Homothéties	117
14.3	Autres cas de proportionnalité	118
14.3.1	Vecteurs colinéaires	118
14.3.2	Formule des trois sinus	118
14.3.3	Triangles semblables	119
14.4	Développement	119
14.5	Approfondissement	121

15	Constructions géométriques	123
15.1	Constructions de base	123
15.2	Droites remarquables d'un triangle	124
15.3	Pentagone régulier	124
15.4	Dans l'espace	124
15.5	Utilisation de transformations	124
15.5.1	Homothéties	124
15.5.2	Translations	125
15.5.3	Symétries axiales	125
15.6	Développement	125
15.7	Approfondissement	131
16	Alignement, parallélisme	133
16.1	Problèmes d'alignement	133
16.1.1	Niveau collège	133
16.1.2	Niveau lycée	133
16.2	Problèmes de parallélisme	134
16.2.1	Niveau collège	134
16.2.2	Niveau lycée	134
16.3	Problèmes d'intersection	135
16.3.1	Niveau collège	135
16.3.2	Niveau lycée	135
16.4	Développement	135
16.5	Approfondissement	140
17	Proportionalité, linéarité.	141
17.1	Proportionalité	141
17.2	Linéarité	142
17.3	Applications	143
17.3.1	Changement d'unités	143
17.3.2	Pourcentages	143
17.3.3	Echelles	143
17.3.4	En géométrie	143
17.3.5	Fonctions affines	144
17.4	Développement	144
17.5	Approfondissement	145

18	Systèmes	147
18.1	Systèmes d'équations	147
18.1.1	De deux équations à deux inconnues	147
18.1.2	De m équations à n inconnues	149
18.2	Systèmes d'inéquations	152
18.3	Développement	153
18.4	Approfondissement	158
19	Équations, inéquations	159
19.1	Niveau collège	159
19.1.1	Equation du premier degré à une inconnue	159
19.1.2	Inéquation du premier degré à une inconnue	159
19.2	Niveau lycée	160
19.2.1	Equation du second degré	160
19.2.2	Inéquation du second degré	160
19.2.3	Système d'équations ou d'inéquations	160
19.2.4	Suites numériques	160
19.2.5	Fonctions numériques	160
19.2.6	Equations différentielles	161
19.2.7	Equations diophantiennes	161
19.3	Développement	161
19.4	Approfondissement	166
20	Matrices	167
20.1	Vecteurs	167
20.2	Systèmes linéaires	168
20.3	Suites numériques	168
20.4	Matrices de transition	169
20.5	Matrice d'adjacence	169
20.6	Cryptage	170
20.7	Développement	171
II	Ecrit d'Algèbre-Géométrie	175
21	Groupes, anneaux, corps	177
21.1	Groupes	177
21.2	Anneaux, corps	179
21.3	Annales CAPES	183

21.3.1	CAPES 2012-2	183
21.3.2	CAPES 2003-2-Partie II	185
22	Algèbre linéaire	187
22.1	Espaces vectoriels réels	187
22.2	Applications linéaires	190
22.3	Déterminants	195
22.4	Réduction des matrices	197
22.5	Annales CAPES	198
22.5.1	CAPES 2014-1	198
22.5.2	CAPES 2016-1	201
22.5.3	CAPES 2014-2	203
23	Géométrie vectorielle euclidienne	205
23.1	Produit scalaire	205
23.2	Norme euclidienne	206
23.3	Ecriture matricielle	207
23.4	Orthogonalité	208
23.4.1	Procédé d'orthonormalisation de Schmidt	209
23.4.2	Projection orthogonale	210
23.5	Endomorphismes orthogonaux	210
23.6	Annales CAPES 2011-2	218
24	Géométrie affine euclidienne	221
24.1	Espaces affines	221
24.2	Applications affines	228
24.3	Espaces affines euclidiens	231
24.4	Isométries ponctuelles	233
24.5	Annales CAPES	239
24.5.1	CAPES 2012-2	239
24.5.2	CAPES 2014-1	243
	Liste des leçons de l'oral 1	247
	Table des figures	249
	Bibliographie	253
	Index	255