

TOUT LE PROGRAMME DE **MATHS**

Licence
PPPE

PARCOURS PRÉPARATOIRE
AU PROFESSORAT DES ÉCOLES

Cours et exercices corrigés



Table des matières

Comment utiliser l'ouvrage ?	10
Culture mathématique – Pourquoi fait-on des mathématiques ?	11
Erreurs à éviter – Oh ça... Je le sais	12
Culture mathématique – Vocabulaire mathématique	13

PREMIERE ANNEE

1 – NUMERATION ; BASES	17
1. Différents types de numérations	17
2. Nombres et cerveau humain	19
3. Numération romaine	19
4. Numération indo-arabe	21
5. Bases	23
Erreurs à éviter – Chiffres et nombres	25
Conseils pour l'enseignement – Poser une opération	26
2 – ARITHMETIQUE	27
1. Nombres entiers naturels	27
2. Division ?	29
3. Diviseurs, multiples, nombres premiers	30
4. Décomposition euclidienne	32
Culture mathématique – Les mathématiques grecques	34
Conseils pour l'enseignement – Les tables de multiplications	35
3 – NOMBRES DECIMAUX	36
1. De nouveaux nombres	36
2. Conséquences pour la division	38
3. Calcul approché	39
4. Autres opérations avec les décimaux	41
Culture mathématique – Qui a inventé la virgule ?	42
Erreurs à éviter – A propos de la virgule	43
Conseils pour l'enseignement – Pourquoi s'embêter ? Il y a la calculatrice !	44
Culture mathématique – Est-ce que ça existe ?	45
QCM 1 – Chapitres 1, 2 et 3	46
4 – NOMBRES RATIONNELS	47
1. Partages équitables	47
2. Fractions	48
3. Familles de fractions	50
Conseils pour l'enseignement – Attention à ce que l'on dit sur les fractions	52
Culture mathématique – Fractions égyptiennes ?	53
5 – OPERATIONS AVEC LES FRACTIONS	54

1. Addition et soustraction	54
2. Multiplication.....	56
3. Division.....	57
4. Produit en croix.....	58
6 – NOMBRES REELS	60
1. Comment sont les irrationnels ?	60
2. $\sqrt{2}$ est un irrationnel.....	61
3. Cas particulier des « radicaux »	63
Culture mathématique – Ensembles finis et dénombrables	66
7 – NOMBRES NEGATIFS	67
1. Définition	67
2. Comment les nommer ?	68
3. Addition et soustraction par déplacements	69
4. Addition et soustraction par réécritures	70
5. Addition et soustraction avec des opérateurs.....	72
6. Multiplication et division	73
7. Propriétés algébriques des opérations.....	74
QCM 2 – Chapitres 4, 5, 6 et 7	75
8 – PREMIERS PAS AVEC LES EQUATIONS	76
1. La lettre x	76
2. La résolution des équations simples.....	77
3. La méthode d’Al-Khwarizmi.....	78
Erreurs à éviter – Ne perdons pas le sens des choses.....	81
Culture mathématique – Que signifie « calculer » ?	82
9 – CALCUL LITTÉRAL : REECRITURES ELEMENTAIRES.....	83
1. "Priorités" opératoires.....	83
2. Développer.....	85
3. Factoriser	86
4. Application à certains nombres réels	87
Culture mathématique – Le grand théorème de Fermat	89
10 – CALCUL LITTÉRAL : REECRITURES ELEMENTAIRES.....	90
1. Double-développement.....	90
2. Double-factorisation ?	91
QCM 3 – Chapitres 8, 9 et 10	93
11 – MESURER.....	94
1. Unité de mesure	94
2. Le mètre.....	95
3. Les unités de volume	96
4. Les unités de masse	97
5. Les unités de temps	97



6. Les préfixes des sous-unités après 1960.....	98
Erreurs à éviter – C'est quoi une année ?	100
12 – SUITES NUMERIQUES	101
1. Conventions d'écritures.....	101
2. Définitions d'une suite.....	102
3. Quelques propriétés des suites	104
Culture mathématique – Des suites remarquables	106
Culture mathématique – Achilles et la tortue.....	107
13 – DENOMBREMENT.....	108
1. Cas classique du lancer de dés.....	108
2. Arrangements, combinaisons.....	110
Conseils pour l'enseignement – Le dénombrement, bête noire des étudiants ...	113
Culture mathématique – Le hasard existe-t-il ?	114
14 – PROBABILITES	115
1. Notions élémentaires.....	115
2. Vocabulaire des ensembles	116
3. Situations classiques.....	118
4. Evènements indépendants : première approche	119
Erreurs à éviter – Chances et occurrences	121
QCM 4 – Chapitres 11, 12, 13 et 14	122
Conseils pour l'enseignement – Enseigner la géométrie	123
15 – PREMIERS ELEMENTS DE GEOMETRIE	124
1. Notions élémentaires.....	124
2. Premiers objets.....	127
3. Position relative de deux droites	131
Culture mathématique – Mesurer les angles.....	134
16 – TRIANGLES	135
1. Définitions, vocabulaire	135
2. Inégalité triangulaire.....	137
3. Théorème de la "somme des angles"	138
4. Triangles particuliers.....	139
Erreurs à éviter – Rédiger un problème de mesure	142
17 – QUADRILATERES	143
1. Premiers tétraègones	143
2. Etre un parallélogramme	144
3. Contrexemples.....	146
Culture mathématique – Polygones convexes et concaves	148
18 – LIEUX GEOMETRIQUES	149
1. Milieu et médiatrice d'un segment	149



2. Cercle	151
Culture mathématique – Calculer le périmètre d'un cercle	153
QCM 5 – Chapitres 15, 16, 17 et 18	154
19 – AIRES	155
1. Unités d'aires	155
2. Formules d'aires dans le plan	156
Culture mathématique – Les pythagoriciens	158
20 – THEOREME DE PYTHAGORE	159
1. Énoncé du théorème	159
2. Conséquences	160
3. Réciproque du théorème ?	162
Erreurs à éviter – Ecrire un énoncé	164
QCM 6 – Chapitres 19 et 20	165

DEUXIEME ANNEE

1 – COMPLEMENTS SUR LES NOMBRES PREMIERS	167
1. Ce nombre est-il premier ?	167
2. Décomposition en facteurs premiers	169
Culture mathématique – Le crible d'Eratosthène	170
2 – COMPLEMENTS SUR LES EQUATIONS ALGEBRIQUES	171
1. Combien y a-t-il de solutions ?	171
2. Inéquations : définition et écriture des solutions.....	172
3. Méthodes d'Al-Khawarizmi pour les inéquations ?	173
Culture mathématique – Pente et équation d'une droite.....	175
3 – FONCTIONS NUMERIQUES	176
1. Définitions	176
2. Comment écrire le procédé ?	177
3. Représentation graphique	179
4. Fonctions classiques	179
Culture mathématique – Les mathématiques appliquées	183
QCM 7 – Chapitres 1,2 et 3	184
4 – COMPLEMENTS SUR LES POURCENTAGES	185
1. Pourquoi les pourcentages ?	185
2. Ecrire une fraction en %	185
3. Appliquer un taux d'évolution en %	186
5 – STATISTIQUES	188
1. Comment sont pensées les statistiques ?	188
2. Premiers indicateurs	189
3. Premiers diagrammes	191



4. Indicateurs de position	192
5. Représentation graphique des indicateurs de position	193
6. Moyenne	195
7. Indicateurs de dispersion par rapport à la moyenne	195
Culture mathématique – La définition des quartiles.....	198
Conseils pour l'enseignement – La moyenne... et les notes en général	199
Culture mathématique – Suivre un chemin sur un arbre	200
6 – PROBABILITES CONDITIONNELLES	201
1. Un exemple classique	201
2. Généralisation	203
3. "Inversement" de conditionnement.....	204
4. Formule des probabilités totales	204
7 – SOLIDES	206
1. Dessiner en 3D ?	206
2. Vocabulaire	207
3. Patrons de solides.....	209
4. Volumes	211
5. Sphères et boules.....	211
QCM 8 – Chapitres 4, 5, 6 et 7	213
Conseils pour l'enseignement – Rechercher le patron d'un cône.....	214
Erreurs à éviter – « Carreau » n'est pas une unité de longueur	215
Culture mathématique – Les solides de Platon.....	216

TROISIEME ANNEE

1 – PGCD ; PPCM	218
1. Diviseurs communs	218
2. Multiples communs	220
2 – SYSTEMES D'EQUATIONS	222
1. Combien y a-t-il de solutions ?	222
2. Comment trouver les solutions ?	223
3 – AGRANDISSEMENT/REDUCTION	226
1. Triangles semblables.....	226
2. Effets sur les aires et les volumes	227
3. Echelles	227
4 – TRANSFORMATIONS DU PLAN	229
1. Différents types de mouvements	229
2. Comment représenter le mouvement et conséquences.....	230
3. Symétrie axiale.....	231
4. Symétrie centrale.....	233
5. Transformations à effets simples	235
QCM 9 – Chapitres 1, 2, 3 et 4	237



ALGORITHMIQUE

1 – PREMIERS PAS	239
1. Algorithmique	239
2. Bases d’informatique	240
3. Bases de programmation	241
4. Premières instructions classiques	243
5. Tableur	244
Culture informatique – Les premiers pas vers l’informatique	245
Conseils pour l’enseignement – Comme travailler en informatique avec les élèves ? ...	246
1bis – QUE TRAVAILLER AVEC LES ELEVES ?	247
1. Donner les instructions	247
2. Programmer une petite animation	248
3. Programmer un petit jeu	249
2 – RECONSTRUIRE LA DIVISION EUCLIDIENNE	251
1. Problématique	251
2. Algorithme en programmation graphique	252
3 – CALCULER LES TERMES D’UNE SUITE	253
1. Problématique	253
2. Suite arithmétique	253
3. Suite arithmétique avec un tableur	254
4. Suite géométrique	254
5. Autres suites	255
4 – SIMULER LES LANCERS DE DES	256
1. Problématique	256
2. La fonction ALEA	257
3. Lancés simulés dans un tableur	257
5 – TRACER DES FIGURE	258
1. Problématique	258
2. Tracer un triangle équilatéral	258
3. Tracer un polygone régulier	260
6 – NOMBRES EN BASE 2	262
1. Problématique	262
2. Conversion base 2 → base 10, avec un tableur	262
3. Conversion base 2 → base 10, en programmation graphique	263
4. Conversion base 10 → base 2, avec un tableur	263
5. Conversion base 10 → base 2, en programmation graphique	264
7 – IDENTIFIER SI UN NOMBRE EST PREMIER	266
1. Problématique	266
2. Economiser des ressources	266
3. Tours de boucles inutiles ?	266



4. Le programme.....	267
5. Décomposer en facteurs premiers	268
8 – IMAGES ET COURBE D’UNE FONCTION	269
1. Problématique	269
2. Calcul d’image en programmation graphique	269
3. Images et représentation graphique avec un tableur	270
9 – TAUX D’EVOLUTION AVEC UN TABLEUR.....	271
1. Problématique	271
2. Appliquer un taux avec un tableur	271
3. Appliquer un taux plusieurs fois avec un tableur	272
10 – OBTENIR LE GRAPHIQUE SOUHAITE	273
1. Problématique	273
2. Représenter une liste par un nuage de points	273
3. Tracer une courbe.....	274
4. Tracer un diagramme en bâton ou circulaire	274
11 – CALCULER LE PGCD DE DEUX NOMBRES	276
1. Problématique	276
2. Le programme.....	276
12 – TRACER UNE FIGURE PAR REPETITION D’UN MOTIF	278
1. Problématique	278
2. Comment procéder ?	278

CORRECTION COMMENTEE DES EXERCICES

PREMIERE ANNEE – Chapitres 1 à 20	280
DEUXIEME ANNEE – Chapitres 1 à 7.....	326
TROISIEME ANNEE – Chapitres 1 à 4	345
ALGORITHMIQUE – Chapitre 1.....	353

INDEX

<i>de</i> ABSCISSE à DIRECTION	355
<i>de</i> DISCRET à PAIR/IMPAIR	356
<i>de</i> PARADOXE à ZEROS INUTILES	357

